

# RALLYE MATHÉMATIQUE DE FRANCHE-COMTÉ

Épreuve de qualifications du 21 janvier 2010

Les classes de Troisième doivent résoudre les problèmes 1 à 6.

Les classes de Seconde doivent résoudre les problèmes 4 à 9.

La classe doit rendre une seule réponse par problème traité **en expliquant la démarche**.

---

## 1 – Histoire de famille

Dans une famille mélanésienne, Alido et Blido sont frère et sœur.

Alido a deux fois plus de sœurs que de frères. Blido a une sœur de plus que de frères.

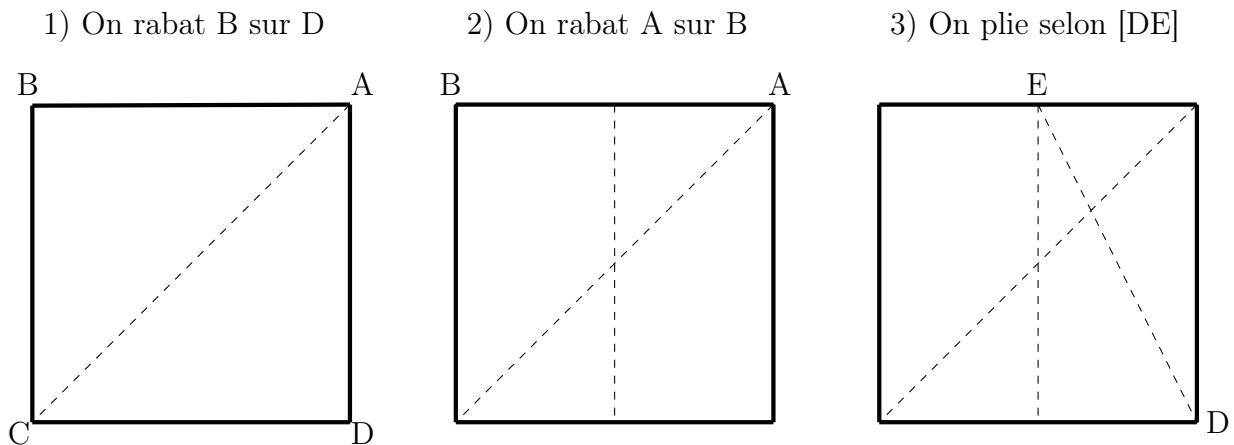
**Combien y a-t-il d'enfants dans cette famille ? Alido est-il un garçon ?**

## 2 – Origami

On dispose d'une feuille de papier carrée de 14 cm de côté. Par pliages successifs et donc sans l'usage d'aucun instrument, on souhaite déterminer un point situé au tiers d'un des côtés du carré.

Dans l'art traditionnel japonais, quatre pliages suffisent pour déterminer un tel point.

Voici les trois premiers :



**Quel est le quatrième pliage qui permettra de conclure ?**

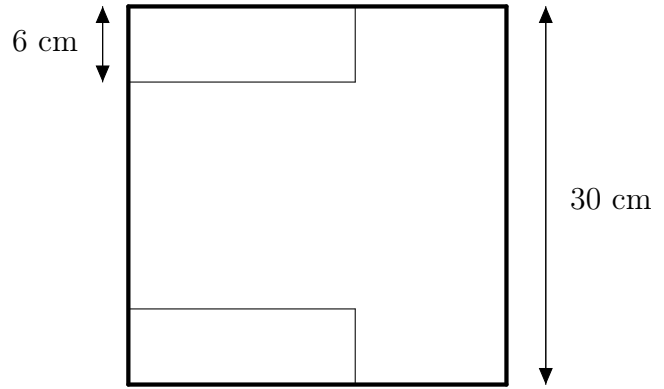
**Démontrez ensuite que le point obtenu par ce dernier pliage est effectivement au tiers d'un des côtés.**

### 3 – Construction d’une boîte

Tom dispose d’une plaque carrée de carton à maquette de côté 30 cm.

En découpant sur deux côtés opposés deux bandes rectangulaires de 6 cm de largeur comme l’indique la figure ci-contre, il peut alors, par pliage, obtenir une boîte ayant la forme d’un pavé droit.

**Réalisez un dessin à l’échelle 1/2 de la plaque découpée, en y indiquant les lignes de pliage.**



*Attention, ce schéma n'est pas à l'échelle !*

### 4 – Mosaïques

Quadrius et Trius s’amusent à construire des mosaïques carrées et triangulaires.

Quadrius forme une mosaïque carrée composée de carrés identiques et, fier de lui, remarque :

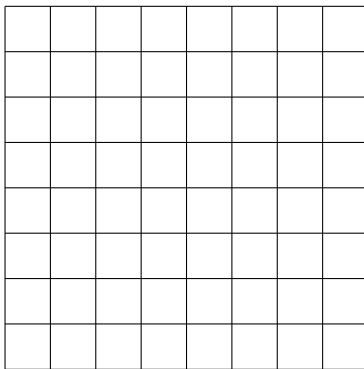
« J’ai réalisé un carré avec 23 carrés par côté, donc j’ai utilisé  $23^2$  carrés soit 529 carrés. »

Trius forme une mosaïque triangulaire composée de triangles équilatéraux identiques et ne voulant pas être en reste, déclare :

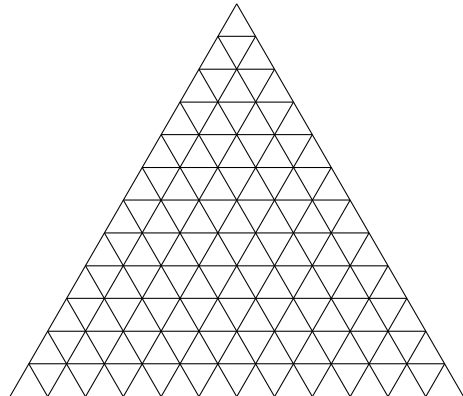
« J’ai réalisé un triangle avec 23 triangles par côté donc j’ai utilisé  $23^2$  triangles soit 529 triangles ! »

**Les résultats proposés par Trius et Quadrius sont-ils exacts ? Justifiez votre réponse.**

Voici deux réalisations de mosaïques.



Carré avec huit petits carrés de côté



Triangle avec 12 petits triangles de côté

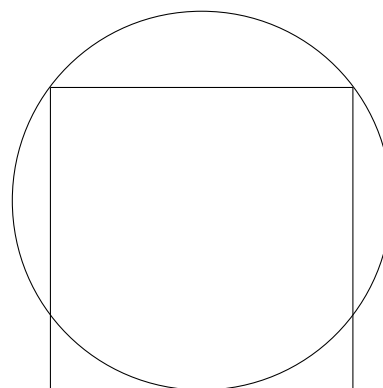
## 5 – Logo

Le club de basket a décidé d'adopter ce nouveau logo pour la rentrée.

Le cercle passe par le milieu d'un côté du carré et par les deux sommets du côté opposé.

Michael prépare le grand modèle qui ornera l'affiche du club en commençant par tracer un carré de côté 12 cm.

Jordan lui, en dessine un plus petit en traçant d'abord un cercle de rayon 5 cm.



**A vous maintenant de montrer comment ces deux sportifs ont réalisé leur logo.**

**Expliquez les différentes étapes de vos constructions.**

## 6 – Autoroute

Lorsqu'un automobiliste emprunte une des autoroutes de la société, une machine lui délivre un ticket qui lui indique la gare d'entrée.

A la gare de sortie, l'automobiliste règle le péage et obtient un reçu comportant le tarif, la gare d'entrée et celle de sortie du réseau.

Ce mois-ci, un nouveau secteur autoroutier est entré en service, de sorte que le nombre de gares a augmenté de 4 et que le nombre de reçus possibles a augmenté de 164.

**Déterminez le nouveau nombre total de reçus possibles pour un automobiliste acquittant un péage sur l'autoroute ?**

## 7 – Friandises

Chaque jour, en sortant de l'école, Jules et ses cinq copains passent devant la boulangerie où bonbons et chocolats tentent les six gourmands. En particulier, ils aimeraient bien goûter le contenu de quelques uns des six sachets de diverses friandises dont les prix sont les suivants :

	Sachet n° 1	Sachet n° 2	Sachet n° 3	Sachet n° 4	Sachet n° 5	Sachet n° 6
Nombre de friandises	10	15	20	27	30	32
Prix en euros	2,30	3,40	4,10	6,20	5,10	5,60

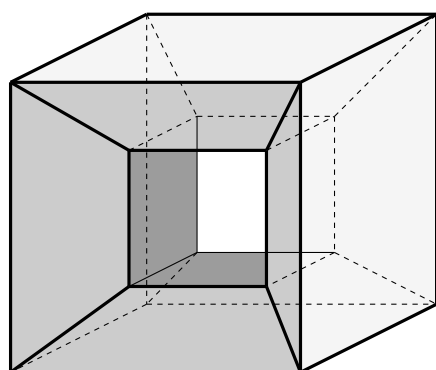
Chacun d'eux n'ayant que 2 euros en poche, ils décident de mettre en commun leur fortune pour obtenir des friandises. Plus gourmands qu'économes, ils souhaitent avoir le maximum de friandises en achetant au plus un sachet de chaque sorte et par équité, ils veulent avoir autant de friandises chacun. Mais ils ne savent pas quels sachets choisir ...

Jules propose alors de demander l'aide de son frère aîné et le lendemain, ils entrent dans la boulangerie et choisissent sans hésiter.

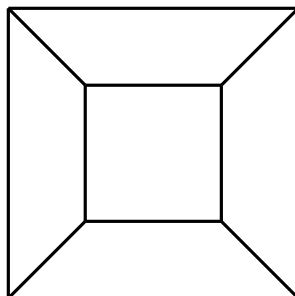
**Expliquez le conseil que Jules a reçu de son frère ?**

## 8 – Sculpture

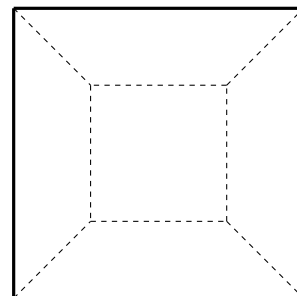
Jean observe un objet de l'espace dessiné en perspective cavalière ainsi que ses vues de face et de côté.



Vue de face et  
vue arrière



Vues de droite, de gauche  
de dessus et de dessous



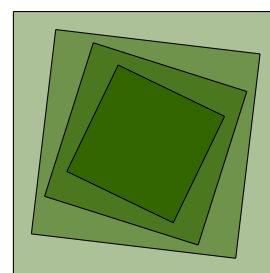
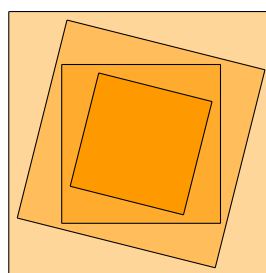
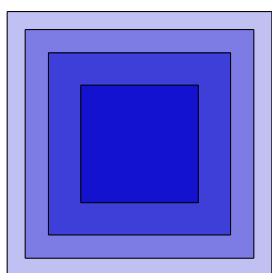
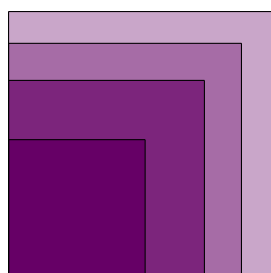
Le grand cube a pour arête le double de l'arête du petit cube.

**Déterminez le volume de cette sculpture, en fonction de la longueur de l'arête du grand cube.**

## 9 – Carrés emboîtés

Quatre artisans du bâtiment souhaitent unir leurs savoir-faire et leurs carnets de clientèle.

Ils font appel à un *designer*. Celui-ci leur demande de choisir chacun une couleur différente et leur propose de réaliser un logo de ces quatre couleurs. Pour ne vexer aucun des partenaires, il propose de superposer (sans débordement) quatre carrés de tailles et de couleurs différentes de façon que l'aire des surfaces laissées par chaque couleur soit la même.



**Construisez un logo possible en expliquant votre démarche.**

Établissement :	Ville :
Nom du professeur de mathématiques :	Classe : <i>Effectif de la classe :</i>

**Fiche réponse du problème n°**